

CORRECTION

I - Etude de la centrale hydroélectrique

1. Pour une centrale thermique et un parc éolien, la puissance électrique est de l'ordre 0,1 GW, pour une tranche de centrale nucléaire, les puissances sont de l'ordre du GW.
2. Ce sont des productions intermittentes qui dépendent de la météo.

A - Dimensionnement du barrage amont

3. Le volume d'eau dans la retenue est très important par rapport au volume qui en est extrait. On peut donc négliger les mouvements d'eau et considérer la retenue en équilibre hydrostatique.

4. On a la relation de la statique avec un axe ascendant : $\frac{dP}{dz} = -\rho g$.
L'eau étant incompressible, on intègre facilement : $P(z) = -\rho g z + cste$.
Or, $P(z_e + H) = P_0$, donc au final

$$P(z) = P_0 + \rho g(z_e + H - z)$$

5. On a en un point du barrage $d\vec{F}_p = P(z)dS\vec{u}_x$, donc :

$$\begin{aligned}\vec{F}_p &= \iint_{\text{barrage}} P(z)dS\vec{u}_x \\ &= \iint (P_0 + \rho g(z_e + H - z)) dy dz \vec{u}_x \\ &= \int_0^L dy \times \int_{z_e}^{z_e+H} (P_0 + \rho g(z_e + H - z)) dz \vec{u}_x \\ &= L \left[P_0 z + \rho g(z_e + H)z - \rho g \frac{z^2}{2} \right]_{z_e}^{z_e+H} \vec{u}_x \\ \vec{F}_p &= \left(P_0 + \rho g \frac{H}{2} \right) HL \vec{u}_x\end{aligned}$$

6. Calculons le volume du barrage : $V_b = \frac{HdL}{2}$.

On a donc un poids

$$\vec{P} = \rho' \frac{HdL}{2} \vec{g}$$

7. On doit avoir $\left(P_0 + \rho g \frac{H}{2} \right) HL < \frac{4}{3} \rho' \frac{HdL}{2} g$, ce qui donne

$$d > \frac{3}{2\rho'g} \left(P_0 + \rho g \frac{H}{2} \right)$$

$$\text{AN : } d > \frac{3}{2 \times 3.10^3 \times 10} (10^5 + 1.10^3 \times 10 \times 70) \simeq 45 \text{ m}$$

B - Bilan de puissance

8. Dans la conduite d'amenée, on a $Q = v_a \frac{\pi D^2}{4}$.

$$\text{AN : } Q = 5 \frac{3 \times 7^2}{4} = 5 \frac{150}{4} \simeq 200 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Les conduites sont identiques, donc $Q = 3q$, et on a par ailleurs $q = v_f \frac{\pi d^2}{4}$, d'où

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{3\pi v_f}}$$

$$\text{AN : } d = \sqrt{\frac{4 \times 200}{3 \times 3 \times 15}} = \sqrt{\frac{15}{3}} \simeq 4 \times 0,6 = 2,4 \text{ m}$$

9. La puissance maximale est celle qu'on récupérerait sans pertes. On peut donc appliquer le bilan énergétique en puissance sans perte de charge entre la surface libre de la retenue amont et les sorties des blocs turbines :

$$3\rho q \left(\frac{P_0}{\rho} + 0 + 0 \right) - \rho Q \left(\frac{P_0}{\rho} + 0 + g(z_e + H) \right) = -\mathcal{P}_{max}$$

Ayant toujours $Q = 3q$, on obtient

$$\mathcal{P}_{max} = \rho Q g(z_e + H)$$

$$\text{AN : } \mathcal{P}_{max} = 1.10^3 \times 200 \times 10 \times (800 + 140) = 19.10^8 \text{ W} = 1900 \text{ MW}.$$

10. Les pertes de charge sont les pertes énergétiques dues à la viscosité au sein de l'écoulement. Les pertes de charge régulières ont lieu tout au long de la conduite et sont proportionnelles à la distance parcourue. Les pertes de charge singulières ont lieu au niveau d'un obstacle ou d'une modification de la conduite.

11. On a $\lambda = 2 \frac{\tilde{h} g D}{V^2 L}$, donc $[\lambda] = \frac{L \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L}{L^2 T^{-2} L} = 1$. λ est donc bien sans dimension.

12. On a $Re = \frac{v_a D \rho}{\eta} = 3.10^7$. L'écoulement est donc turbulent.

13. On a une rugosité relative $\varepsilon_r = \frac{0,7 \cdot 10^{-3}}{7} = 10^{-4}$. Par lecture graphique, on lit $\lambda = 0,014$

14. On a donc par la relation donnée dans l'énoncé

$$\tilde{h}_a = \lambda \frac{v_a^2}{2gD} L = 18 \text{ m}$$

15. La perte totale de charge vaut $\tilde{h}_{tot} = \tilde{h}_a + 3\tilde{h}_f \simeq 200 \text{ m}$.

En reprenant le bilan d'énergie et en ajoutant les pertes de charge, on a

$$3\rho q \left(\frac{P_0}{\rho} + 0 + 0 \right) - \rho Q \left(\frac{P_0}{\rho} + 0 + g(z_e + H) \right) = -\mathcal{P} - \rho Q g \tilde{h}_{tot}$$

Ainsi, $\mathcal{P} = \rho Q g(z_e + H - \tilde{h}_{tot}) = 1500 \text{ MW}$.

C - Fonctionnement en pompage-turbinage

16. Les STEP permettent de lisser la production d'énergie électrique : quand il y a trop d'énergie produite, on peut stocker cette énergie en l'utilisant pour faire remonter de l'eau en amont.
17. Ce qui compte réellement est l'énergie électrique consommée ou produite. Or la puissance indiquée dépend du débit utilisé, au contraire du travail indiqué massique, et le débit n'est pas le même lors du pompage et du turbinage.

18. Par définition, $w_{turb} = \frac{\mathcal{P}}{\rho Q}$. Donc

$$w_{turb} = g(z_e + H - \tilde{h}_{tot}) = 7,4 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

19. On écrit à nouveau le bilan énergétique, mais pour la phase de pompage, appliqué entre la surface libre de la retenue du Verney et celle de la retenue de Grand'Maison :

$$\left(\frac{P_0}{\rho} + 0 + g(z_e + H) \right) - \left(\frac{P_0}{\rho} + 0 + 0 \right) = w_{pomp} - g\tilde{h}'$$

d'où

$$w_{pomp} = g(z_e + H + \tilde{h}') = 10 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

20. On a donc

$$r = \frac{w_{turb}}{w_{pomp}} = 75\%$$

D - Cavitation

21. Supposons l'écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène. Appliquons le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant allant de la surface libre de la retenue amont à la sortie de la conduite,

$$\frac{P_0}{\rho} + 0 + g(z_e + H) = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + 0$$

D'où

$$v_s = \sqrt{2g(z_e + H)} \simeq 140 \text{ m.s}^{-1}$$

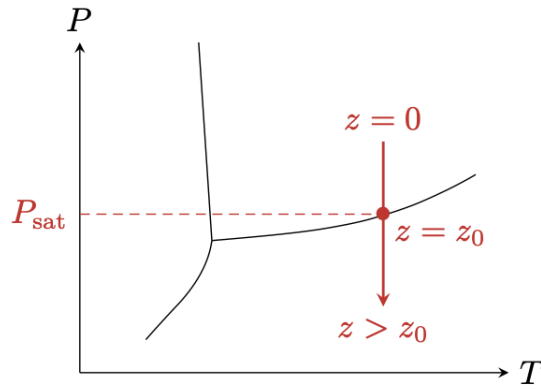
22. En supposant la conduite de section constante, alors par conservation du débit volumique la vitesse y est partout égale à $v_s = \sqrt{2g(z_e + H)}$. D'après le théorème de Bernoulli appliqué le long d'une ligne de courant allant d'un point M situé à une altitude z quelconque à la sortie de la conduite

$$\frac{P(z)}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + gz = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + 0$$

On a donc $P(z) = P_0 - \rho gz = P_0 \left(1 - \frac{z}{z_0} \right)$ avec $z_0 = \frac{P_0}{\rho g}$.

Ainsi, P s'annule pour $z = z_0 = 10 \text{ m}$, ce qui tendrait à signifier que pour toutes les altitudes au delà la pression serait négative, ce qui n'est pas possible.

23. Avant que la pression ne s'annule, l'eau se vaporise lorsque la pression atteint la pression de vapeur saturante, voir figure. Pour $z > z_0$, l'eau devrait donc être à l'état de vapeur.



24. La vitesse v_s en sortie de l'injecteur vaut toujours $\sqrt{2g(z_e + H)}$, mais par conservation du débit entre la conduite et l'injecteur,

$$v(z) \frac{\pi D^2}{4} = v_s \frac{\pi \delta^2}{4} \quad \text{soit} \quad v(z) = \frac{\delta^2}{D^2} v_s$$

Le théorème de Bernoulli appliqué entre les mêmes points donne

$$\frac{P(z)}{\rho} + \frac{v(z)^2}{2} + gz = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + 0 \quad \text{soit} \quad \frac{P(z)}{\rho} + \frac{\delta^2}{D^2} \frac{v_s^2}{2} + gz = \frac{P_0}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + 0$$

Ainsi,

$$P(z) = P_0 - \rho g z + \rho \frac{v_s^2}{2} \left(1 - \frac{\delta^4}{D^4} \right)$$

La cavitation disparaît dès lors que $P(z) > P_{sat}$ pour tout z compris entre 0 et z_e . La pression est la plus faible en haut de la conduite, pour empêcher la cavitation en tout point il faut donc avoir

$$P(z = z_e) > P_{sat}$$

Ce qui conduit à

$$\begin{aligned} P_0 - \rho g z + \rho \frac{v_s^2}{2} \left(1 - \frac{\delta^4}{D^4} \right) &> P_{sat} \\ P_0 - P_{sat} - \rho g z + \rho g(z_e + H) \left(1 - \frac{\delta^4}{D^4} \right) &> 0 \\ P_0 - P_{sat} - \rho g z_e &> \rho g(z_e + H) \left(\frac{\delta^4}{D^4} - 1 \right) \\ \frac{\delta^4}{D^4} &< 1 + \frac{P_0 - P_{sat} - \rho g z_e}{\rho g(z_e + H)} \end{aligned}$$

Ainsi, la cavitation disparaît si

$$\delta < \delta_0 = D \left(1 + \frac{P_0 - P_{sat} - \rho g z_e}{\rho g(z_e + H)} \right)^{1/4}$$