DS1 - 07/09/24

DS de rentrée

Conseils pour aborder le devoir

- La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- Si vous n'arrivez pas à démontrer un résultat dont vous avez besoin pour les questions suivantes, vous pouvez l'admettre, mais il faut bien le préciser sur votre copie

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISéES
Durée de l'épreuve : 2h

I - Thermodynamique

On désire remplir une bouteille de plongée. Pour cela on utilise un compresseur à piston.
Un volume V_1 d'air à la température T_1 et la pression P_1 est comprimé jusqu'à atteindre un volume $V_2 < V_1$.

On supposera que l'air contenu dans le compresseur se comporte comme un gaz parfait de coefficient de Laplace $\gamma > 1$ et de capacité thermique à volume constant C_V.
Les données de l'énoncé sont P_1, T_1, V_1, V_2 et C_V.

La variation d'entropie de n moles d'un gaz parfait entre un état initial I et un état final F est donnée par la relation : $\Delta S_{I\to F} = S_F - S_I = C_V \ln\left(\frac{T_F}{T_I}\right) + nR\ln\left(\frac{V_F}{V_I}\right)$

1. Supposons que cette évolution est isotherme :
   (a) Exprimer en fonction des données de l'énoncé, la pression P_2 et la température T_2 de l'air à l'état final.
   (b) Exprimer en fonction des données de l'énoncé, le transfert thermique Q et le travail W fourni à l'air au cours de cette évolution. Quel est le signe de chacune de ces grandeurs ?
   (c) Observe-t-on un échauffement de l'air au cours de cette compression ?
   (d) Que vaut la variation d'entropie ΔS au cours de cette évolution ? Quel est son signe ? Cette évolution est-elle réversible ?

2. Supposons maintenant que cette évolution est adiabatique et réversible :
   (a) Exprimer en fonction des données de l'énoncé, la pression P_2' et la température T_2' de l'air à l'état final.
   (b) Exprimer en fonction des données de l'énoncé, le transfert thermique Q' et le travail W' fourni à l'air au cours de cette évolution. Quel est le signe de chacune de ces grandeurs.
   (c) Observe-t-on un échauffement de l'air au cours de cette compression ?
   (d) Que vaut la variation d'entropie $\Delta S'$ au cours de cette évolution ?

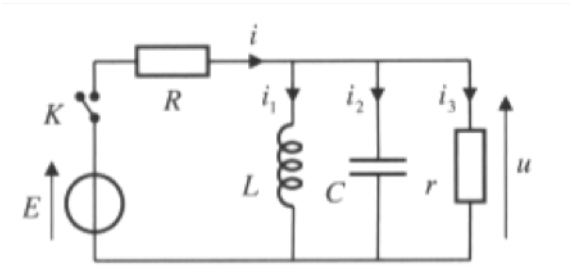
3. La pression P_2' est-elle supérieure ou inférieure à P_2 ?

4. Représenter ces deux évolutions dans un même diagramme de Watt (P en fonction de V).

5. En déduire si W' est supérieur ou inférieur à W.

II - Electricité

Considérons le montage dont le schéma est représenté ci-dessous.



La source de tension de ce montage sera considérée idéale de f.e.m. E constante.
Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et la bobine supposée idéale n'est parcourue par aucun courant.
À $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

6. Déterminer, les valeurs de u, i, i_1, i_2 et i_3 à la date $t = 0^+$ et pour $t \to +\infty$.

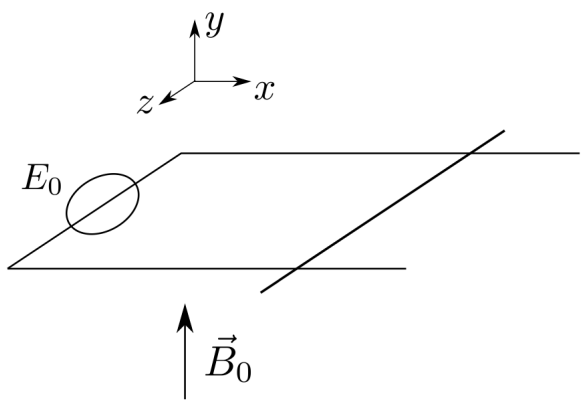
7. établir l'équation différentielle vérifiée par i_3, en posant :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{RrC\omega_0}{R+r} = \frac{Rr}{(R+r)L\omega_0}$$

8. Donner la relation entre R, r, L et C pour que le régime soit de type pseudopériodique et exprimer $i_3(t)$ dans ce cas.

III - Induction

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre. La longueur de la tige mobile entre les deux points de contact est notée a, sa masse m, et elle peut glisser sans frottement sur les rails.
Le champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B_0} = B_0\overrightarrow{u_y}$ est constant et uniforme à travers le circuit.
Pour $t < 0$ le générateur ne fournit pas de tension. Puis à partir de $t = 0$ il fournit une tension constante E_0. On note R la résistance électrique totale du circuit.



9. L'orientation du générateur n'est pas précisée. On voudrait que le flux de $\overrightarrow{B_0}$ à travers le circuit orienté soit positif. Orienter le générateur pour que ce soit le cas.

10. Equation mécanique

(a) Donner l'expression de la résultante $\overrightarrow{F_L}$ des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige mobile, en fonction de a, i, B_0 et d'un vecteur de la base. En quel point s'applique-t-elle ?

(b) Établir l'équation du mouvement sur la composante $v(t)$ de la vitesse de la tige selon $\overrightarrow{u_x}$.

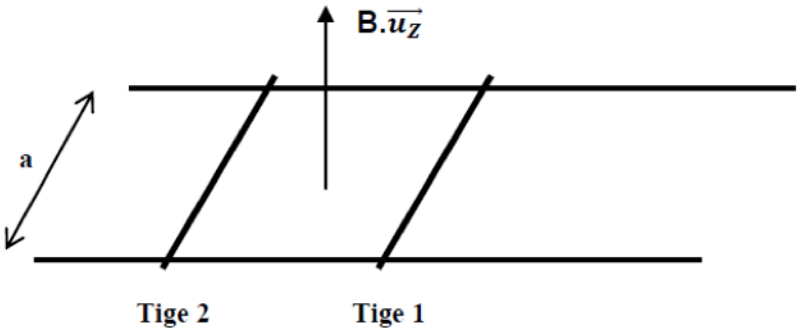
(c) La résoudre dans l'hypothèse où le courant i est constant. On prendra $v_x(t = 0) = 0$.

(d) En pratique, le courant i est-il constant ? Pourquoi ? On attend un raisonnement qui évoque la loi de Lenz.

11. Equation électrique : Afin de connaître l'évolution du courant, il faut établir l'équation électrique du circuit équivalent. Comme le circuit ne comporte qu'une seule boucle, on néglige son inductance propre (donc $L = 0$, le flux propre est négligeable devant le flux de $\overrightarrow{B_0}$). Établir l'équation électrique.

12. Utiliser les deux équations précédentes (électrique et mécanique) pour aboutir à une équation différentielle sur la vitesse de la barre.
En déduire l'expression de la vitesse limite atteinte, puis du courant débité en régime permanent.

On considère maintenant un rail de Laplace double : deux tiges métalliques identiques parallèles, de résistance électrique R et de masse m chacune, peuvent glisser sans frottement sur deux rails conducteurs parallèles et écartés d'une distance a, sans aucun générateur connecté.
L'ensemble, horizontal, est soumis à un champ magnétostatique uniforme vertical $B\overrightarrow{u}_z$. Le système est initialement au repos. A l'instant $t = 0$, un opérateur déplace la première tige le long des rails à une vitesse $\overrightarrow{v_{10}}$ de sorte qu'elle s'éloigne de la seconde tige. On note x_1 l'abscisse de la tige 1 et x_2 celle de la tige 2, l'axe (Ox) étant l'axe horizontal orienté vers la droite. L'inductance propre du circuit est négligée.



13. Faire une étude qualitative du problème à l'aide de la loi de Lenz (prédire le mouvement des deux barres ainsi que l'état final).

14. Donner l'expression de la f.e.m induite en fonction de B, a, la vitesse de la première barre v_1 et la vitesse v_2 de la seconde barre.

15. En déduire l'intensité et le sens du courant dans le circuit composé des barres et des rails.

16. Appliquer le PFD au système constitué des deux tiges. En déduire une relation simple entre v_1 et v_2.

17. Établir l'équation différentielle vérifiée par v_1.

18. Donner l'expression de $v_1(t)$ ainsi que de $v_2(t)$. Tracer leur allure.