

DS2 de rentrée

Conseils pour aborder le devoir

- La rédaction (clarté, précision,...) et la présentation doivent être particulièrement soignées
- N'oubliez pas d'encadrer les expressions littérales et de souligner les applications numériques
- Pensez à vérifier l'homogénéité de vos relations

LES CALCULATRICES NE SONT PAS AUTORISÉES

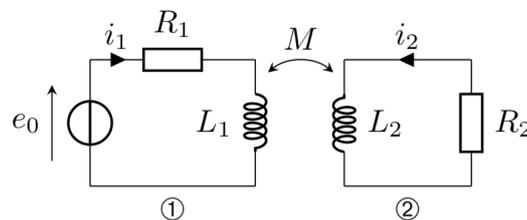
Durée de l'épreuve : 2h

I - Induction - détecteur de métaux

Un détecteur de métaux utilise un bobinage placé au bout du détecteur, et alimenté par une tension sinusoïdale du type $e_0 = E_0 \cos(\omega t)$. Ce bobinage possède une certaine inductance propre L_1 , et une résistance totale R_1 .

En présence d'un objet métallique dans le sol, il y a couplage magnétique entre le bobinage du détecteur et l'objet. Le champ variable du détecteur va induire un courant dans l'objet métallique, qui a son tour va induire un courant dans le bobinage, ce qui peut être détecté.

Pour modéliser ceci, nous considérons que l'objet métallique agit comme un circuit d'inductance propre L_2 , de résistance totale R_2 , et nous notons M le coefficient d'inductance mutuelle entre l'objet et le détecteur.

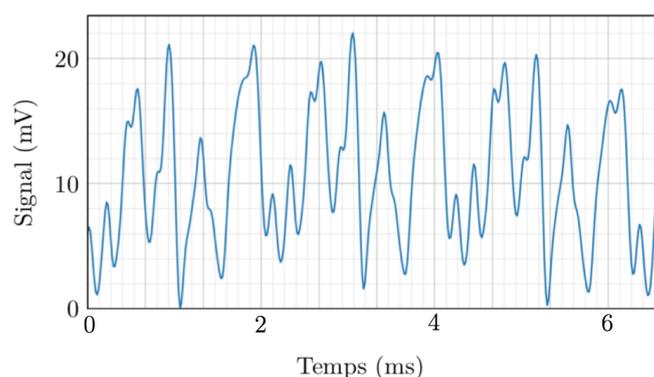


1. Etablir les lois de comportements des deux bobines en tenant compte de l'induction mutuelle.
2. En déduire le système d'équations différentielles couplées vérifié par i_1 et i_2 .
3. En déduire l'impédance du circuit 1 : $\underline{Z}_1 = \frac{e_0}{i_1}$, en fonction de L_1 , L_2 , R_1 , R_2 , M et ω .

L'idée est ensuite que la présence d'un objet métallique (donc $M \neq 0$ et $L_2 \neq 0$) modifie cette impédance. En mesurant $|\underline{Z}_1|$ (par exemple par une mesure du courant), l'appareil peut donc savoir s'il y a ou non présence d'un objet.

II - Electricité - tenir la note

Un chanteur souhaite s'entraîner à tenir une note précise. Il s'entraîne avec un accordeur. La figure ci-dessous montre un exemple de signal électrique à la sortie du microphone enregistrant la voix du chanteur.



Enregistrement de la voix du chanteur

4. Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
5. Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
6. L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques? Justifier.

Avant toute chose, le signal est envoyé dans un filtre dont on donne le diagramme de Bode :

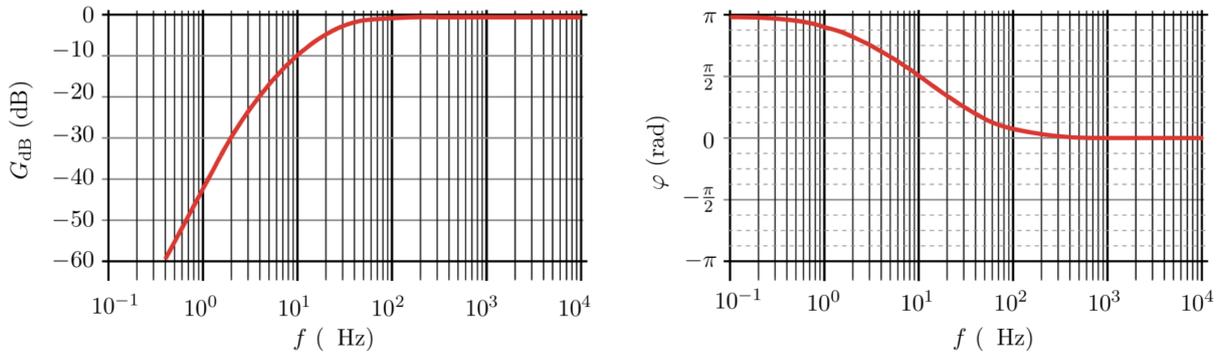


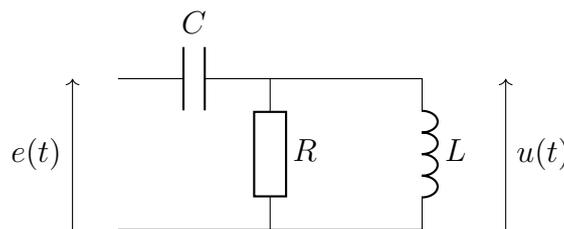
Figure 1.2 - Diagramme de Bode du filtre

7. Indiquer de quel type de filtre il s'agit. *La réponse sera justifiée*
8. Identifier l'ordre du filtre et sa fréquence caractéristique f_0 . *Les réponses seront justifiées*
9. On envoie en entrée le signal suivant :

$$e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10\omega t + \frac{\pi}{2}) + E_0 \cos(100\omega t - \frac{\pi}{3}),$$

avec $f = \omega/2\pi = 2$ Hz et $E_0 = 1$ V. Déterminer l'expression du signal $s(t)$ de sortie du filtre.

10. Justifier qualitativement que le montage ci-dessous peut avoir ce diagramme de Bode.

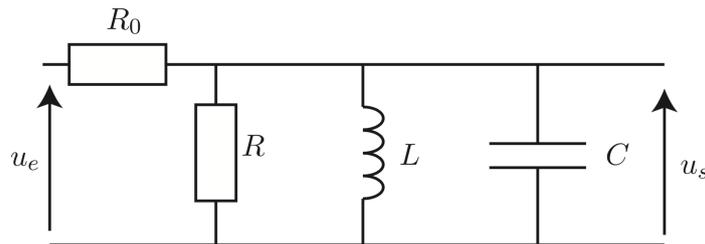


11. La fonction de transfert de ce filtre est de la forme : $\underline{H}(x) = \frac{Kx^2}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

- (a) Établir l'expression de K , Q et ω_0
- (b) Calculer les équations des asymptotes de la courbe de phase et la pente de l'asymptote du gain en décibels en basses fréquences.
- (c) Retrouver la valeur du facteur de qualité à partir du diagramme de Bode.

Une fois ce premier traitement effectué, le signal passe dans un filtre très sélectif : si le signal d'entrée est à la fréquence de la note souhaitée ± 10 Hz, une lampe s'allume (signe que la note tenue est la bonne), sinon elle s'éteint.

On propose pour ce filtre le circuit suivant :



12. Préciser la nature de ce filtre, sans calculs.

13. Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme :
$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$
 ω_0 est choisie de façon à être égale à la pulsation propre du verre.

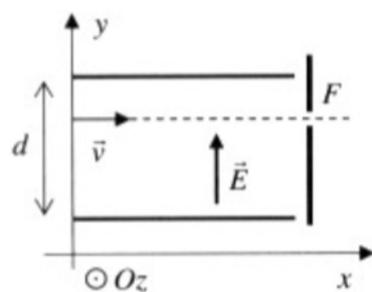
14. Donner les équations des deux asymptotes (hautes fréquences et basses fréquences) du gain en décibels et de la phase de ce filtre. Préciser les valeurs de G_{dB} et φ pour $\omega = \omega_0$.

15. La lampe s'éteint si la tension à ses bornes est inférieure à $\frac{\sqrt{2}}{2}$ V. Sachant que le signal d'entrée du filtre a une amplitude de 1V, quel doit être le facteur de qualité de ce filtre ?

16. Supposons R et R_0 connus. Quelle est l'expression de L et de C pour que ce filtre joue son rôle ?

III - Mécanique

Des particules de charge $q > 0$ pénètrent avec une vitesse \vec{v} , dans un espace où règne un champ électrique uniforme, créé par deux plaques conductrices parallèles chargées distantes de d . La différence de potentiel entre les plaques est U . Il règne aussi dans le même espace un champ magnétique uniforme orthogonal à \vec{v} .



17. Montrer que pour une valeur particulière v_0 de $\|\vec{v}\|$ et en choisissant le sens de \vec{B} les particules peuvent avoir un mouvement rectiligne uniforme et passer par la fente F .

A.N. : $B = 0,10$ T ; $E = 1,0 \cdot 10^4$ V.m⁻¹

18. Le faisceau est constitué d'ions ${}^4_2\text{He}^{2+}$ et ${}^3_2\text{He}^{2+}$, de masses respectives $m_1 = 6,6 \cdot 10^{-27}$ kg et $m_2 = 5,0 \cdot 10^{-27}$ kg. Ces ions, avant d'arriver dans le dispositif, ont été accélérés, à partir d'une vitesse négligeable, sous une même tension U_0 . Montrer qu'en choisissant convenablement U , on peut recueillir l'un ou l'autre des isotopes en F .

A.N. : $U_1 = 100$ V permet de recueillir ${}^4_2\text{He}^{2+}$, quelle est la valeur U_2 de U qui permet de recueillir ${}^3_2\text{He}^{2+}$?