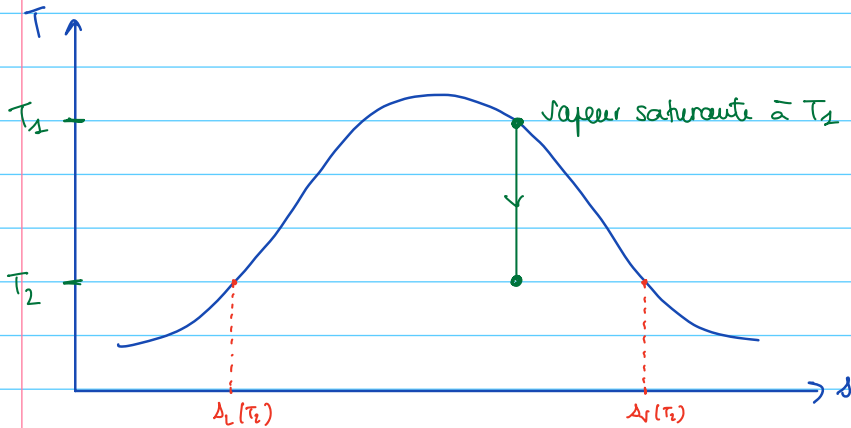


Séance 2

Thermodynamique

T.1 - Détente dans une turbine



- La détente est supposée adiabatique réversible: elle est donc isentropique et sera donc une droite verticale dans le diagramme (T, s) .

- À l'état final, on a $s_2 = s_1$ (car transformation isentropique)
 $s_2 = s_V(T_2)$ (car état 2 = vapeur saturante à T_2)

On applique le théorème des moments: $x_V = \frac{s_2 - s_L(T_2)}{s_V(T_2) - s_L(T_2)} = \frac{6,35 - 2,47}{7,36 - 2,47} = 0,8$

- Appliquons le 1^{er} principe industriel au fluide traversant la turbine en négligeant la variation d'énergie mécanique:
 $h_2 - h_1 = w + q$ avec w le travail massique reçu par le fluide
 q le transfert thermique reçu par le fluide.
↓ convection thermo
 Mais ici car la transformation est adiabatique.

Donc

$$w = h_2 - h_1$$

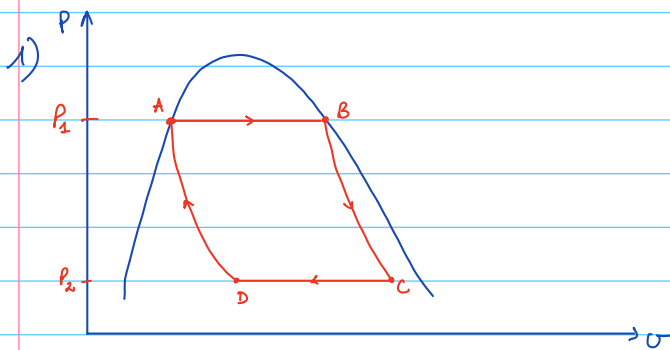
$$= x h_V(T_2) + (1-x) h_L(T_2) - h_V(T_1)$$

$$= 0,8 \times 2676 + 0,2 \times 418 - 2801$$

$$w = -576 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Ainsi, le travail fourni par le fluide dans la turbine est $-w = +576 \text{ kJ.kg}^{-1}$
à commenter: >0 logique dans une turbine.

T2 - Cycle de Rankine



le cycle est parcouru dans le sens horaire
il s'agit donc d'un moteur.

2) On a par le théorème des moments: $x_{vD} = \frac{s_D - s_L(T_2)}{s_V(T_2) - s_L(T_2)} = \frac{s_A - s_L(T_2)}{s_V(T_2) - s_L(T_2)} = \underline{0,29}$

Pour calculer x_{vC} , on a besoin de $s_C = s_B$

Par ailleurs, on sait que $s_B - s_A = \Delta_{\text{vap}} s = \frac{\Delta_{\text{vap}} h}{T_2} = \frac{h_B - h_A}{T_2}$

Donc $s_B = s_A + \frac{h_B - h_A}{T_2} = 2,8 + \frac{2796 - 1083}{250 + 273} = \underline{6,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}}$

On a donc $x_{vC} = \frac{s_B - s_L(T_2)}{s_V(T_2) - s_L(T_2)} = \underline{0,72}$

3) On a $w = w_{BC} + w_{DA}$. (en général les étapes isobares/isothermes sont le lieu de contact avec les sources \Rightarrow pas de travail utile)

Appliquons le 1^{er} principe industriel entre B et C: (en négligeant les variations d'énergie méca)

$$h_C - h_B = w_{BC}$$

$$x_{vC} h_V(T_2) + (1 - x_{vC}) h_L(T_2) - h_B = w_{BC}$$

et on a $\frac{h_V(T_2) - h_L(T_2)}{T_2} = s_V(T_2) - s_L(T_2)$ donc $h_V(T_2) = (s_V(T_2) - s_L(T_2))T_2 + h_L(T_2)$.

De même $w_{DA} = h_A - x_{vD} h_V(T_2) - (1 - x_{vD}) h_L(T_2)$.

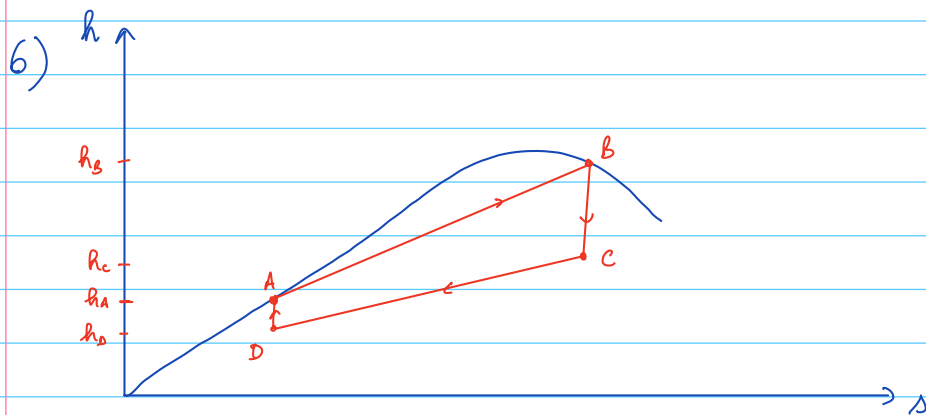
Au final, $w_{\text{tot}} = \overset{\text{fourni par la source}}{\downarrow} - w_{BC} - w_{DA} = \underline{672 \text{ kJ.kg}^{-1}}$ (> 0 car moteur \Rightarrow travail effectivement fourni)

le contact avec la source chaude est sur l'étape AB. On applique le 1^{er} principe industriel à l'étape:

$$h_B - h_A = q_2 = \underline{1713 \text{ kJ.kg}^{-1}}$$

4) On peut définir le rendement $\eta = \frac{w_{\text{tot}}}{q_2} = \underline{0,4}$

5) Le diagramme de Mollier relie h (en ordonnées) à s (en abscisses) pour un corps pur. On lit facilement les variations d'enthalpies qui donnent par le 1^{er} principe industriel les échanges w et q_2 .



T3. Fluctuation de température dans une cave

1) $\vec{j} = -\lambda \text{grad } T$ \vec{j} le vecteur densité de courant thermique
 λ la conductivité du matériau
 T la température

2) Coeurs: on isole une tranche entre z et $z+dz$, de section S
 On lui applique le 1^{er} principe entre t et $t+dt$

$$dU = \delta Q \quad [dE_m = 0 \text{ et } \delta W = 0 \text{ car le système est immobile (indéformable)}]$$

$$\text{On a } dU = C(T(z, t+dt) - T(z, t)) = \rho S dz c \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

Par ailleurs $\delta Q = (\oint \vec{j} \cdot d\vec{S}) dt$ $d\vec{S}$ entrant

comme $\vec{j} = -\lambda \text{grad } T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \vec{u}_z$, on a:

$$\begin{aligned} \delta Q &= \left(\iint j(z, t) \vec{u}_z \cdot d\vec{S} \vec{u}_z + \iint j(z+dz, t) \vec{u}_z \cdot d\vec{S} (-\vec{u}_z) \right) dt \\ &= -S \frac{\partial j}{\partial z} dz dt = -S \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dz dt \end{aligned}$$

Au final $\rho S dz c \frac{\partial T}{\partial t} dt = \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dz dt$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \underbrace{\lambda}_{=D} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}} \quad (1)$$

3) Posons $\Theta(z, t) = T(z, t) - T_0 = \Theta(z) \cos(\omega t + \varphi(z))$

On peut passer Θ dans le domaine complexe: $\underline{\Theta} = \Theta(z) e^{j(\omega t + \varphi(z))} = \underbrace{\Theta(z) e^{j\varphi(z)}}_{\underline{\Theta}_0(z)} e^{j\omega t}$

Dans (1), on obtient $j\omega \underline{\Theta}_0(z) = D \underline{\Theta}_0''(z)$

$$\underline{\Theta}_0''(z) - j\frac{\omega}{D} \underline{\Theta}_0(z) = 0$$

On résout l'équation caractéristique: $r^2 - j\frac{\omega}{D} = 0$ et $r^2 = j\frac{\omega}{D}$

soit $r = R e^{j\alpha}$, on a $R^2 e^{2j\alpha} = j\frac{\omega}{D} = \frac{\omega}{D} e^{j\pi/2}$

Donc $R_1 = \sqrt{\frac{\omega}{D}}$ ou $R_2 = -\sqrt{\frac{\omega}{D}}$ et $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Au final $r = \pm \sqrt{\frac{\omega}{D}} \frac{1}{\sqrt{2}} (1+j) = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2D}} (1+j)$

$$\text{et } \underline{\Theta}_0(z) = A \exp\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} (1+j) z\right) + B \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} (1+j) z\right)$$

On ne veut pas que la température diverge quand $z \rightarrow \infty$, donc $A=0$

$$\text{et } B = \underline{\Theta}_0(z=0) = \Theta_0$$

$$\text{Donc } \underline{\Theta}_0(z) = \Theta_0 \exp\left[-\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} (1+j) z\right]$$

$$\text{le } \underline{\Theta} = \Theta_0 \exp\left[-\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} (1+j) z\right] e^{j\omega t} = \Theta_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} (1+j) z + j\omega t\right)$$

$$\text{et enfin } T(z,t) = T_0 + \Theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} z} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} z\right)$$

$$4) \text{ On veut } \Theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} z_c} = 2 \quad \text{avec } \Theta_0 = 10.$$

$$\text{Donc } -\sqrt{\frac{\omega}{2\delta}} z_c = \ln\left(\frac{2}{\Theta_0}\right)$$

$$z_c = \sqrt{\frac{2\delta}{\rho c \omega}} \ln\left(\frac{\Theta_0}{2}\right) = \sqrt{\frac{2\delta}{\omega}} \ln\left(\frac{\Theta_0}{2}\right)$$

La période de variations saisonnières est 1 an, donc $\omega = \frac{2\pi}{1 \times 365 \times 24 \times 3600}$

$$\text{et } \underline{z_c = 2,7 \text{ m}}$$

T4 - Isolation d'un cabanon

1) Cours D_{th} est le coefficient de diffusion thermique.

On a $\frac{\Theta}{T} = [D_{th}] \times \frac{\Theta}{L^2}$ donc $[D_{th}] = L^2 \cdot T^{-1}$ exprimé en $m^2 \cdot s^{-1}$

2) Cours