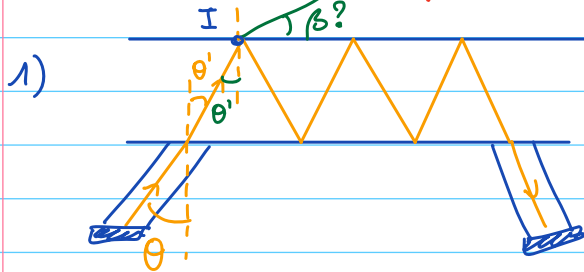


Séance 5

Optique géométrique et électrostatique

OG 1 - Détecteur de pluie



En ABSENCE d'eau

Il y a réflexion totale en I

en effet, on a

$$\bullet n_p \sin \theta = n_v \sin \theta'$$

$$\text{soit } \theta' = \arcsin \left(\frac{n_p}{n_v} \sin \theta \right)$$

$$= 46^\circ$$

et θ' est l'angle d'incidence en I

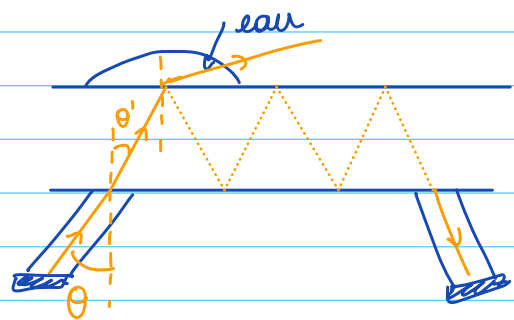
\bullet l'angle limite de réflexion totale à l'interface verre/air

$$\text{soit } \theta'_{\text{lim air}} = \arcsin \left(\frac{n_{\text{air}}}{n_v} \right)$$

$$= 38^\circ$$

On a $\theta' > \theta'_{\text{lim air}}$

\rightarrow il y a réflexion totale et guidage jusqu'au récepteur.



En PRESENCE d'eau

le faisceau sort du verre en I.

En effet, on a

\bullet l'angle limite de réflexion totale à l'interface verre/eau

$$\theta'_{\text{lim eau}} = \arcsin \left(\frac{n_{\text{eau}}}{n_v} \right)$$

$$= 48^\circ$$

Ainsi $\theta' < \theta'_{\text{lim eau}}$

\rightarrow le faisceau arrive en très faible proportion au récepteur

2) Pour que le système fonctionne, il faut :

$$\theta'_{\text{lim eau}} > \theta' > \theta'_{\text{lim air}}$$

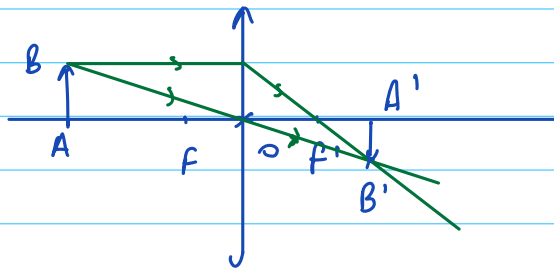
On aurait alors $\theta \in [\theta_1; \theta_2]$, avec

$$\theta_1 = \arcsin \left(\frac{n_v}{n_p} \sin \theta'_{\text{lim air}} \right) = 41^\circ$$

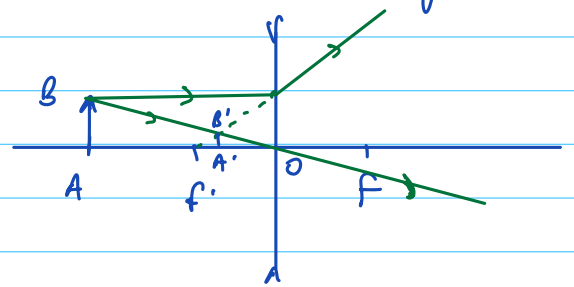
$$\theta_2 = \arcsin \left(\frac{n_v}{n_p} \sin \theta'_{\text{lim eau}} \right) = 52^\circ$$

OG 2 - Appareil photo

1) Avec lentille convergente: vs avec lentille divergente



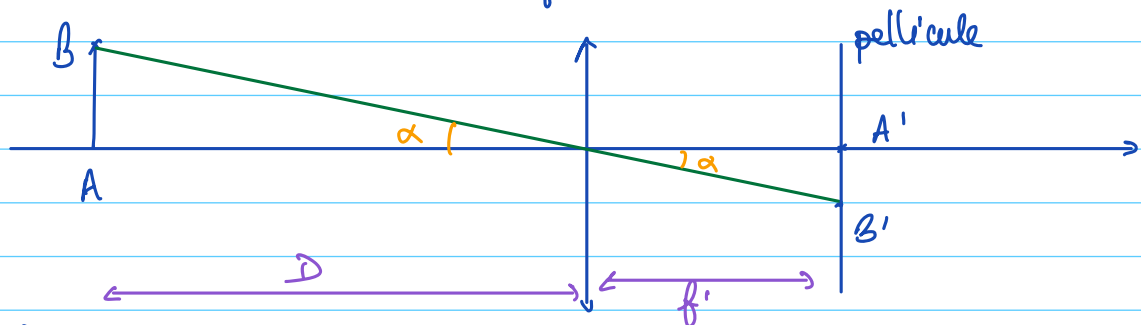
On peut projeter l'image sur la pellicule



d'image est virtuelle, elle ne peut pas être projetée sur la pellicule.

$$2) \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times f'}{\overline{OA} + f'} = \frac{-D \times f'}{-D + f'} = \underline{50.10^{-3} \text{ m}}$$

(ou) $D \gg f'$, donc l'objet peut être considéré à l'infini
 Donc l'image sera dans le plan focal image
 $\overline{OA'} = f'$



Pour distinguer A et B, il faut que leurs images soient sur 2 capteurs différents.

ce $A'B' > \delta$ avec δ le côté d'un pixel : $\delta = \frac{20.10^{-2}}{1000}$

or $\frac{A'B'}{f'} = \tan \alpha = \frac{AB}{D}$

il faut donc $\frac{AB f'}{D} > \delta$ ce $AB > \delta \frac{D}{f'} = \underline{0,12 \text{ m}}$

3) Pour un objet à $d = 30 \text{ cm}$, on a $\overline{OA'} = \frac{-d \times f'}{-d + f'} = \underline{6 \text{ cm}}$

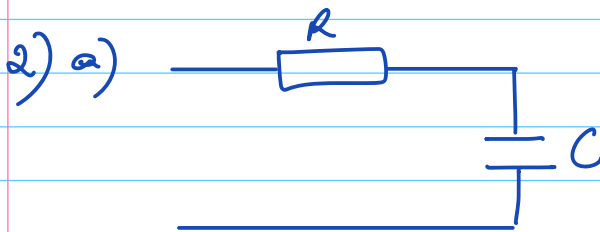
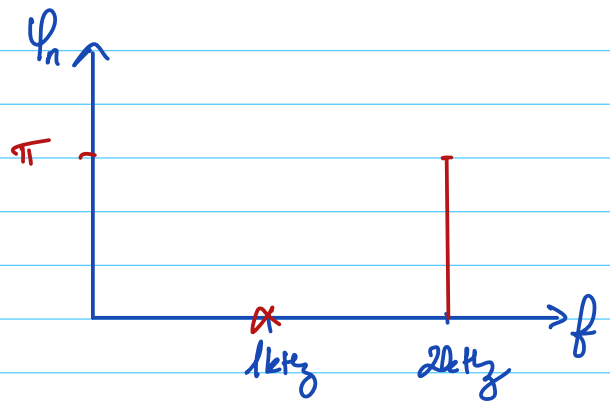
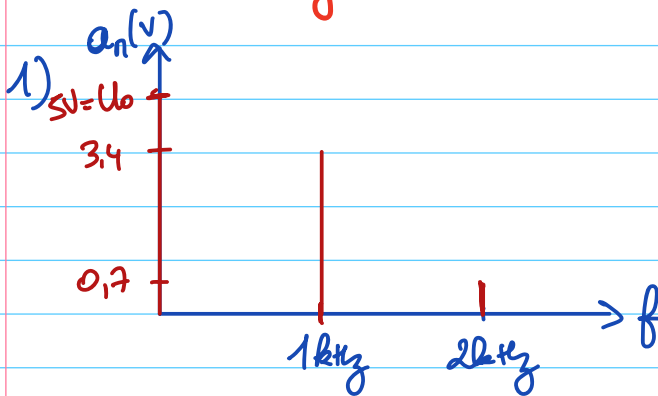
On a les dimensions de l'image $l' = 30 \times 8$
 $L' = 120 \times 8$

Pu s'ailleurs, en notant l et L les dimensions de l'objet:

$$\frac{l'}{l} = \left| \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \right|, \text{ donc } l = l' \frac{|\overline{OA}|}{|\overline{OA'}|} = l' \frac{d}{\overline{OA'}} = \underline{3 \text{ cm}}$$

De même $L = \underline{12 \text{ cm}}$

E1 - Filtrage



💡 d'énoncé ne précise pas très explicitement que c'est un RC plutôt qu'un CR
2b) permet de trancher car on veut garder la moyenne

b) On a $\underline{H} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$ avec $\omega_c = \frac{1}{RC}$

Avec un gain $G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^2}}$

On a donc le signal de sortie qui aura:

+ une moyenne $U_{s0} = U_0 \times 1 = 5V$

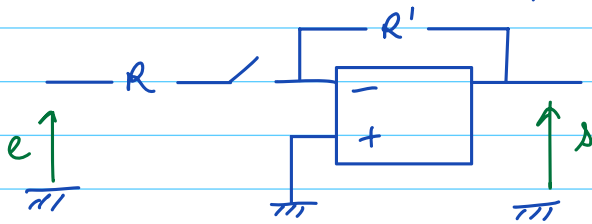
+ un fondamental d'amplitude $U_{s1} = U_1 \times \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2\pi f}{RC})^2}}$

On veut $\frac{2U_{s1}}{U_{s0}} = \frac{2U_1}{U_0} \times \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2\pi f}{RC})^2}} < \frac{1}{100}$

ce $R < \frac{2\pi f}{C \sqrt{100 \times \frac{U_1}{U_0} - 1}} = \underline{5,4 \cdot 10^8 \Omega}$

E2 - Filtré actif amplificateur.

1) En BF on a le circuit équivalent :

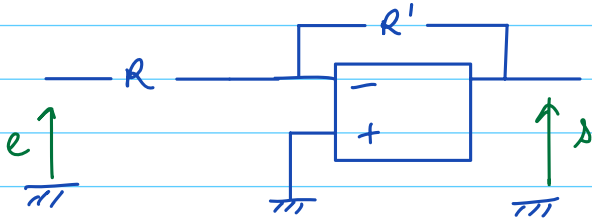


on a en E_- : $\frac{s - V_-}{R'} = 0$ ie $s = V_-$

or $V_+ = 0$ et on peut supprimer l'Alu en régime linéaire (rétroaction négative)

On a donc $V_+ = V_-$ donc $V_- = 0$ et au final $s = 0$

En HF, on a le circuit équivalent :



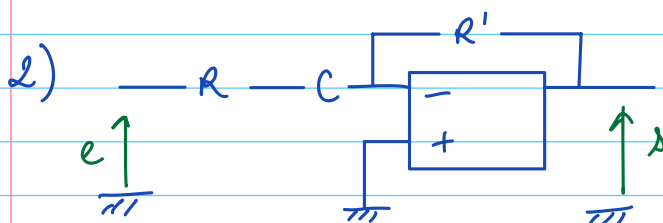
on a en E_- : $\frac{s - V_-}{R'} + \frac{e - V_-}{R} = 0$

or $V_- = V_+ = 0$

Donc $\frac{s}{R'} + \frac{e}{R} = 0$

de $s = -\frac{R'}{R} e$

Le filtre est donc un passe haut (et on peut anticiper $H_0 = -R'/R$)



en E_- : $\frac{e - V_-}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{s - V_-}{R'} = 0$

or $V_- = V_+ = 0$

Donc $\frac{e}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{s}{R'} = 0$

$$\frac{s}{e} = \frac{-R'}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-R' C j\omega}{1 + j\omega RC} = \frac{H_0 j\omega / \omega_c}{1 + j\omega / \omega_c}$$

On peut poser $\omega_c = \frac{1}{RC}$ et on identifie $-R'C = \frac{H_0}{\omega_c} = H_0 RC$

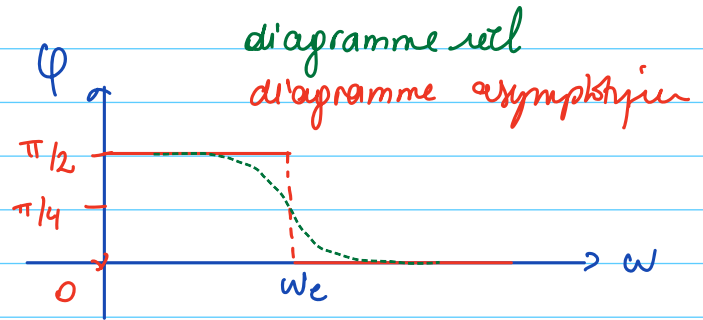
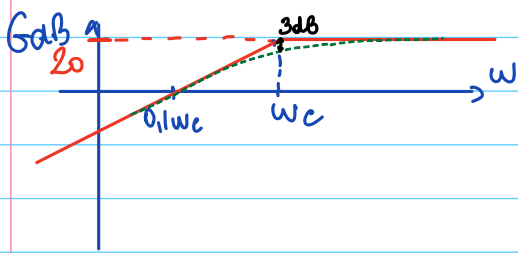
d'où $H_0 = -\frac{R'}{R}$ ☺ y Q1!

3) On veut $20 \log \left(\left| \frac{-R'}{R} \right| \right) = 20$

ie $R' = 10R = \underline{10 \text{ k}\Omega}$

et $\omega_c = 10^4$ ie $C = \frac{1}{R \times \omega_c} = \frac{1}{1.10^3 \times 1.10^4} = 1.10^{-7} \text{ F}$
 $= \underline{0,1 \mu\text{F}}$

4) Méthode du cours



5) $\triangleright G_{dB}(\omega = 10^2 \text{ rad/s}) = -20 \text{ dB} \Rightarrow$ sorte sinusoïdale d'amplitude $\frac{E_0}{10} = 0,1 \text{ V}$
 spectre semblable à celui de l'entrée

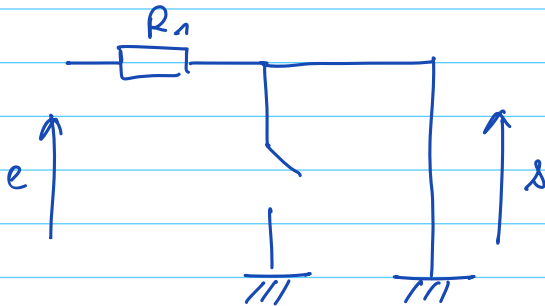
\triangleright idem : sorte sinusoïdale d'amplitude $0,3 \text{ V}$ et même spectre

$\triangleright G_{dB}(\omega = 10^5 \text{ rad/s}) = 20 \text{ dB} \Rightarrow$ sorte sinusoïdale d'amplitude $10 \times E_0$
 ie 10 V .
 spectre semblable à celui de l'entrée

\triangleright Si l'Alu restait en R.L, on aurait une sorte sinusoïdale d'amplitude $10 \times 3 = 30 \text{ V}$, ce qui est supérieur à V_{sat} .
 \Rightarrow le signal de sortie sera écourté à $\pm V_{sat}$
 et le spectre sera enrichi par cette non-linéarité.

E.3 - Oscillateur d'Hartley

1) En basse fréquence, on a le circuit équivalent:



$s = 0$ car il s'agit de la tension aux bornes d'un fz .

En haute fréquence, le circuit équivalent ne permet pas de conclure

Cependant, on a
$$\Delta = \frac{jL_1 \omega}{jL_1 \omega + jL_2 \omega} \underline{u_c} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \underline{u_c}$$

or en haute fréquence, on a $|\underline{u_c}| \rightarrow 0$, donc également on aura $|\Delta| \rightarrow 0$

Il s'agit donc d'un passe-bande de fonction de transfert

$$\underline{H}_2 = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0} Q - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

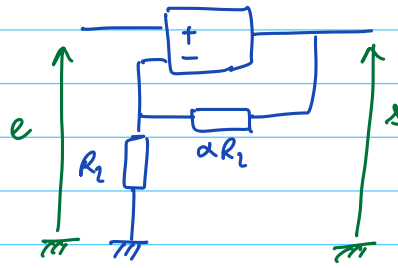
2) Pour un passe bande, la fréquence propre est celle pour laquelle le déphasage est nul. Ainsi $f_0 = 1 \text{ kHz}$

Pu ailleurs, en f_0 , on a $\underline{H} = H_0$. Donc $20 \log H_0 = -4,7$
 et $H_0 = 10^{-4,7/20} = 0,6$.

Enfin on sait que pour un passe bande $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ avec Δf la largeur de la bande passante

on lit $\Delta f = 1030 - 970 = 60 \text{ Hz}$. Ainsi $Q = \frac{1000}{60} = 16,7$.

3) Etudions le bloc Ali.



En régime linéaire, avec le modèle de l'Ali de gain infini, on a : $V_+ = V_-$

ou $V_+ = e$ et on a en E^- : $\frac{s - V_-}{\alpha R_1} + \frac{0 - V_-}{R_2} = 0$.

on a donc $e(1 + \alpha) = s$. d'où $\boxed{\frac{s}{e} = 1 + \alpha} = H_{Ali}$

D'après le critère de Barkhausen, il y a oscillations sinusoidales si $\underline{H_2} \times \underline{H_{Ali}} = 1$.

ce $(1 + \alpha) \times \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} = 1$

$(1 + \alpha) H_0 = 1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})$

Par identification $\left\{ \begin{array}{l} (1 + \alpha) H_0 = 1 \\ Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}) = 0 \end{array} \right.$ ce $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{H_0} - 1 \\ \omega = \omega_0 \end{array} \right.$

5) On a en complexes $\underline{H_2} \times \underline{H_{Ali}} \times \underline{s} = \underline{s}$

ce $j\frac{\omega}{Q\omega_0} H_0 \times (1 + \alpha) \underline{s} = \underline{s} \left(1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \right)$

en temporel

$\frac{H_0}{Q\omega_0} (1 + \alpha) \frac{ds}{dt} = s + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{ds}{dt} + \frac{d^2s}{dt^2} \times \frac{1}{\omega_0^2}$

ce $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} (1 - H_0(1 + \alpha)) \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$.

Il y a donc ~~diminution~~ des oscillations pour un système instable ie $1 - H_0(1 + \alpha) < 0$

ce $\boxed{\alpha > \frac{1}{H_0} - 1}$ d'amplitude augmente au cours du temps puis est limitée quand l'Ali sature

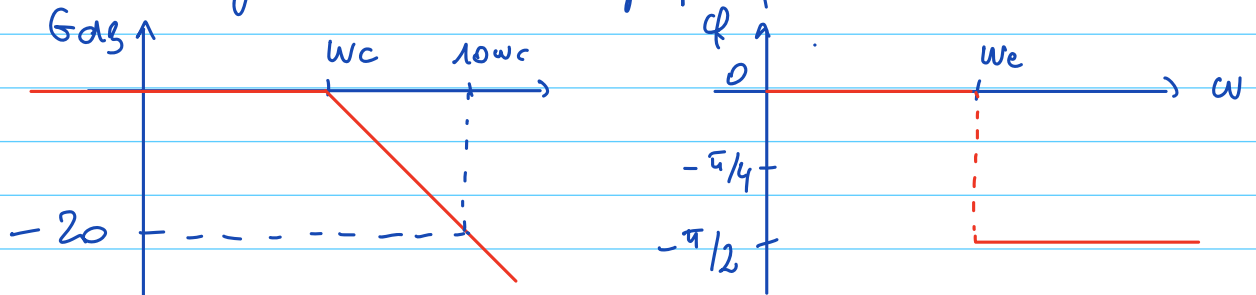
E.4 - Mesure d'impédance par détection synchrone

1) R, C , est un filtre passe-bas d'ordre 1.

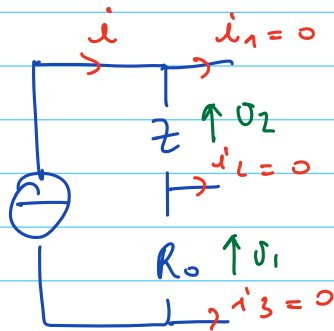
Un filtre passe-bas d'ordre 1 peut servir de moyenneur ou d'intégrateur (selon sa pulsation de coupure par rapport à la pulsation du signal d'entrée)

On a
$$H = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec } \omega_c = \frac{1}{RC} \quad (\text{cf cours})$$

et son diagramme de Bode asymptotique.



2) On a



car l'impédance d'entrée du multiplexeur est ∞ .

on a donc $\underline{v}_1 = R_0 \underline{i}$ et $\underline{v}_1(t) = R_0 I_0 \cos(\omega t)$

et
$$\underline{v}_2 = \underline{Z} \underline{i} = X I_0 e^{j\omega t} + j Y I_0 e^{j\omega t}$$

$$= X I_0 (\cos \omega t + j \sin \omega t) + j Y I_0 (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

$$v_2(t) = \text{Re}(\underline{v}_2) = X I_0 \cos \omega t - Y I_0 \sin(\omega t)$$

$$3) U_1 e^{j\omega t} \times U_2 e^{j(\omega t + \varphi)} = U_1 U_2 (\cos \omega t + j \sin \omega t) (\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi))$$

$$= U_1 U_2 (\cos(\omega t) \times \cos(\omega t + \varphi) - \sin \omega t \times \sin(\omega t + \varphi) + j \dots)$$

$$\text{Ann' Re} (U_1 e^{j\omega t} \times U_2 e^{j(\omega t + \varphi)}) = U_1 U_2 (\cos(\omega t) \times \cos(\omega t + \varphi) - \underbrace{\sin \omega t \times \sin(\omega t + \varphi)}_{\neq 0})$$

$$\neq U_1 U_2 \cos(\omega t) \times \cos(\omega t + \varphi)$$

$$4) v_3(t) = k i_1(t) i_2(t)$$

$$= k I_0^2 R_0 (x \cos^2(\omega t) - y \cos(\omega t) \sin(\omega t))$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \quad \text{et} \quad \cos \theta \times \sin \theta = \frac{\sin 2\theta}{2}$$

$$= k I_0^2 R_0 (x \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} - y \frac{\sin 2\omega t}{2})$$

$$= k I_0^2 R_0 (\frac{x}{2} + \frac{x}{2} \cos(2\omega t) - \frac{y}{2} \sin(2\omega t))$$

$$= k I_0^2 R_0 (\frac{x}{2} + C \cos(2\omega t + \varphi))$$

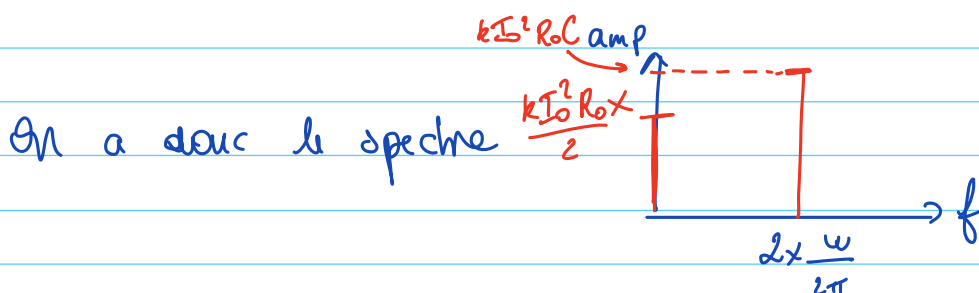
$$\text{avec } C = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \quad \varphi = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

$$C \cos(2\omega t + \varphi) = \underbrace{(C \cos \varphi)}_{\frac{x}{2}} \cos(2\omega t) - \underbrace{(C \sin \varphi)}_{-\frac{y}{2}} \sin(2\omega t)$$

$$(C \cos \varphi)^2 + (C \sin \varphi)^2 = C^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} \Rightarrow C = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$$

et $\sin \varphi > 0$

$$\text{Donc } \cos \varphi = \frac{x}{2C} \Rightarrow \varphi = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$



5) Si R_1 et C_1 sont choisis de sorte que $R_1 C_1$ soit un moyenneur, on ne conserve en sortie que la valeur moyenne du signal v_3

ie $k I_0 \frac{R_0 X}{2}$. \Rightarrow on peut déduire X .

Pour cela, il faut que le fondamental à 2ω soit filtré ie

$$\frac{1}{R_1 C_1} \ll 2\omega \quad \text{ie} \quad R_1 C_1 \gg \frac{1}{2\omega}$$

$$\begin{aligned} 6) \text{ On aurait alors } v_2(t) &= \operatorname{Re} \left(\frac{I_0 e^{j\omega t}}{j\omega C_0} \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{I_0}{\omega C_0} (j \cos \omega t - \sin \omega t) \right) \\ &= -\frac{I_0}{\omega C_0} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

Lors de la multiplication, c'est donc le terme en sinus qui amènera une composante constante.
Par le même raisonnement on aurait donc accès à \dot{Y} .

ES - Mesure de température

1) Par un pont diviseur de tension:

$$U_p = E \times \frac{R(\theta)}{R_1 + R(\theta)}$$

2) On a $U_w = V_A - V_C$

$$\text{or } V_B - V_A = E \frac{R_1}{R_1 + R(\theta)} \quad \text{et} \quad V_B - V_C = E \frac{R_1}{2R_1}$$

$$\text{Donc } V_A - V_C = -E \frac{R_1}{R_1 + R(\theta)} + \frac{E}{2} = \frac{E}{2} \times \frac{-2R_1 + R_1 + R(\theta)}{R_1 + R(\theta)}$$

$$U_w = \frac{E}{2} \times \frac{R(\theta) - R_1}{R(\theta) + R_1}$$

Si $U_w(\theta_0) = 0$, alors il faut $R_1 = R_0$

3) Dispositif du pont diviseur:

$$U_p(\theta_0) = \frac{E}{2} \quad U_p(\theta_0 + \Delta\theta) = \frac{R_0(1 + \alpha\Delta\theta)}{R_0 + R_0(1 + \alpha\Delta\theta)} E = \frac{E}{2} (1 + \alpha\Delta\theta)$$

$$\text{On a donc une variation } \Delta U_p = \frac{E}{2} (1 + \alpha\Delta\theta) - \frac{E}{2} = \frac{E}{2} \alpha\Delta\theta$$

$$\text{A.N } \Delta U_p = \frac{5}{2} \times 10^{-3} \times 1 = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}}}$$

Dispositif du pont de Wheatstone:

$$U_w(\theta_0) = 0 \quad U_w(\theta_0 + \Delta\theta) = \frac{E}{2} \frac{R_0(1 + \alpha\Delta\theta) - R_0}{R_0(1 + \alpha\Delta\theta) + R_0}$$
$$= \frac{E}{2} \frac{\alpha\Delta\theta}{2 + \alpha\Delta\theta}$$

$$\text{Ainsi } \Delta U_w = \frac{5}{2} \times \frac{10^{-3} \times 1}{2 + 10^{-3} \times 1} \approx \frac{5}{4} \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{1,25 \cdot 10^{-3} \text{ V}}}$$